

Tema 3

- Con riferimento ad un problema dell'ingegneria, il candidato ne illustri la modellizzazione in termini di sistema continuo e/o discreto.
- Successivamente, il candidato affronti uno a scelta dei seguenti esercizi:

Esercizio 1. Sia A la matrice 3×3 definita da:

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -13 \end{pmatrix}.$$

- (i) La matrice A è diagonalizzabile? Calcolare i suoi autovalori e autovettori.
- (ii) Facendo opportunamente uso dei risultati del punto (i), determinare i punti critici del sistema autonomo

$$\dot{x} = Ax$$

e stabilirne la natura.

Esercizio 2.

- (i) Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' + 9y = 0.$$

- (ii) Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' + 9y = \sin(3x).$$

- (iii) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, il problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' + 9y = \sin(3x) \\ y(0) = y(\pi) = a. \end{cases}$$